

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002**  
**Sessione ordinaria**

**4** Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n}{n!}.$$

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002**  
**Sessione ordinaria**

**4** Si tratta di calcolare il limite della successione  $\frac{3^n}{n!}$ . Per  $n \rightarrow +\infty$ , si ha la forma indeterminata  $\frac{\infty}{\infty}$ . Si scriva

per esteso l'espressione  $\frac{3^n}{n!}$ :

$$\frac{3^n}{n!} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{3}{n-1} \cdot \frac{3}{n}.$$

Si associno i fattori nel seguente modo:

$$\left(\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{3}{n-1}\right) \cdot \left(\frac{3}{n}\right).$$

Per  $n \rightarrow +\infty$ , cioè per  $n$  grande, il primo fattore è costante, il secondo fattore è minore di 1. Si può scrivere allora la seguente disuguaglianza:

$$0 \leq \frac{3^n}{n!} = \left(\frac{9}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{3}{n-1}\right) \cdot \left(\frac{3}{n}\right) \leq \frac{9}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3}{n} \rightarrow 0 \leq \frac{3^n}{n!} \leq \frac{9}{2} \cdot \frac{3}{n}.$$

Poiché  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{27}{2n} = 0$ , per il teorema del confronto vale:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n}{n!} = 0$ .