

**SIMULAZIONE DELLA PROVA D'ESAME DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I.**

9 È data la seguente successione definita per ricorrenza:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n - 1, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- a) Dimostra che è crescente.
- b) Dimostra che $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n \geq n^2$.

**SOLUZIONE DELLA SIMULAZIONE D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I.**

9 Determiniamo i primi elementi della successione:

n	1	2	3	4	5
a_n	1	3	8	16	27

a) $a_{n+1} - a_n = 3n - 1 > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$, dunque la successione è crescente.

b) Dimostriamo per induzione.

$P(1) = \langle a_1 \geq 1^2 \rangle$ è vera perché $1 = 1^2$.

Per $n > 1$, supposta vera $P(n) = \langle a_n \geq n^2 \rangle$, abbiamo:

$$a_{n+1} = a_n + 3n - 1 \geq n^2 + 3n - 1 = n^2 + 2n + 1 - 1 + n - 1 = (n+1)^2 + n - 2 \geq (n+1)^2;$$

dunque $P(n+1)$ risulta vera e la tesi è dimostrata.