

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva**

- 2** Determinare il più grande valore di n per cui l'espressione numerica $\sum_{k=5}^n k$ non supera 10 000.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva

- 2** L'espressione $\sum_{k=5}^n k$ rappresenta la somma di $(n-5)+1 = n-4$ termini consecutivi della progressione aritmetica di ragione 1: $a_n = a_{n-1} + 1$, con $a_0 = 0$. Quindi la somma $\sum_{k=5}^n k$ si può esprimere come la media aritmetica del primo e ultimo termine moltiplicata per il numero dei termini:

$$\sum_{k=5}^n k = \frac{a_5 + a_n}{2} (n-4) = \frac{5+n}{2} (n-4) = \frac{1}{2} (n^2 + n - 20).$$

Imponendo la condizione $\frac{1}{2} (n^2 + n - 20) \leq 10\,000$, si ottiene la disequazione di secondo grado $n^2 + n - 20\,020 \leq 0$ che in \mathbb{R} è verificata per $\frac{-1 - \sqrt{80\,081}}{2} \leq n \leq \frac{-1 + \sqrt{80\,081}}{2}$. Poiché n è un numero naturale e $\frac{-1 + \sqrt{80\,081}}{2} \approx 140,993$, si conclude che il più grande valore di n che soddisfa il quesito è $n = 140$.

Infatti $\sum_{k=5}^{140} k = 9860$ e $\sum_{k=5}^{141} k = 10\,001$.